

Olimpiada Națională de Matematică 2007

Primul baraj de selecție pentru OBMj

13 aprilie 2007

**Subiectul 1.** Se consideră numerele întregi  $a$  și  $b$ . Să se arate că există și sunt unice numerele întregi  $x, y$  astfel încât

$$(x + 2y - a)^2 + (2x - y - b)^2 \leq 1.$$

**Subiectul 2.** Un trapez  $ABCD$  are bazele  $AB$  și  $CD$ , iar cercurile cu diametrele  $AD$  și  $BC$  se intersectează în punctele  $M$  și  $N$ . Să se arate că punctul de intersecție al diagonalelor  $AC$  și  $BD$  aparține dreptei  $MN$ .

**Subiectul 3.** Un carton de formă dreptunghiulară se împarte în suprafețe poligonale astfel: la fiecare pas una din suprafețele existente se taie printr-o linie dreaptă, obținându-se două noi suprafețe. Care este numărul minim de tăieturi necesare pentru ca, printre suprafețele obținute, să existe cel puțin 251 poligoane cu 11 laturi?

Timp de lucru 4 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.